

Algèbre

Contrôle continu 2 - 10 Décembre 2022 - Durée : 1h

Vous devez ajouter votre numéro de groupe de TD dans l'en-tête de votre copie.

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés.

La présentation, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, ainsi que la lisibilité et l'orthographe entreront pour une part importante dans l'appréciation de votre copie. En particulier, vos réponses doivent être mises en évidence et tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.

Exercice 1.

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer **par contraposée** que si $n^2 - 1$ n'est pas divisible par 8, alors n est pair.

Exercice 2.

Soit $E = \{\emptyset, 1, \{1\}\}$. Compléter les espaces vides par le symbol qui s'impose : \in, \subset (**si deux réponses sont possibles, indiquez les deux**. Attention, chaque réponse incorrecte vous enlève 0.5 pts).

1. $\emptyset \cdots E$.
2. $1 \cdots E$.
3. $\{1\} \cdots E$.

Exercice 3.

Soit E un ensemble et A et B deux parties de E . On note \bar{A} le complémentaire de A dans E . Démontrer l'équivalence suivante :

$$A \subset B \iff \bar{A} \cup B = E$$

Exercice 4.

1. Donner **la définition** d'une application injective.
2. Donner **la définition** d'une application surjective.
3. Soit E un ensemble. Pour $A \in \mathcal{P}(E)$ on note \overline{A} son complémentaire dans E . Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité de l'application suivante :

$$\begin{array}{ccc} f : & \mathcal{P}(E) & \longrightarrow \mathcal{P}(E) \\ & A & \longmapsto \overline{A} \end{array} .$$