

Algèbre
Contrôle continu 1 - 15 Octobre 2022 - Durée : 1h

Vous devez ajouter votre numéro de groupe de TD dans l'en-tête de votre copie.

Les documents et calculatrices ne sont pas autorisés.

La présentation, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements, ainsi que la lisibilité et l'orthographe entreront pour une part importante dans l'appréciation de votre copie. En particulier, vos réponses doivent être mises en évidence et tout résultat non justifié ne sera pas pris en compte.

Exercice 1.

Soient A, B et C trois propositions. Soit P la proposition suivante :

$$(C \text{ et } \overline{B}) \implies (\overline{A \implies \overline{C}} \text{ et } C \text{ et } B).$$

1. Démontrer que la proposition P est équivalente à la proposition suivante **en faisant des calculs sur les connecteurs** :

$$(A \text{ et } B \text{ et } C) \text{ ou } \overline{C} \text{ ou } B.$$

2. Supposons que B est faux. En utilisant la partie précédente, dire pour quelles valeurs de vérité des propositions A et C , la proposition P est vraie.

Exercice 2.

Soit $A = \{1, 2, 3\}$. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi ? **Justifier votre réponse.** Ensuite, nier toutes ces propositions.

1. $\exists y \in A, \forall x \in A, y \geq x.$
2. $\forall x \in A, \exists y \in A, x \geq y.$
3. $\forall x \in A, \forall y \in A, x \neq y.$
4. $\exists x \in A, \exists y \in A, x \neq y.$

5. $\exists y \in A, \forall x \in A, y > x.$

Exercice 3.

Traduire avec des quantificateurs les propositions suivantes, nier-les et donner leur valeur de vérité **en justifiant votre réponse** :

1. Il existe un nombre réel x tel que lorsqu'il est ajouté à un nombre réel quelconque, le résultat est ce nombre, et s'il est multiplié par un nombre réel quelconque, le résultat est x .
2. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite réelle. Si elle n'est pas croissante, alors elle est décroissante.